

CONTOH SOAL MERASIONALKAN BENTUK AKAR

A. Jawaban pertanyaan dibawah ini!

1. Pecahan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Bentuk akar a/\sqrt{b} dengan $b \neq 0$ dapat dirasionalkan penyebutnya dengan cara mengalikan pecahan dengan \sqrt{b} sehingga :

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

Sederhanakanlah penyebut dari bentuk pecahan berikut.

a. $\frac{3}{\sqrt{6}}$ b. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ c. $\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$ d. $\frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

Jawab:

a. $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3}{6} \sqrt{6} = \frac{1}{2} \sqrt{6}$

b. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2 \cdot 3} \sqrt{15} = \frac{1}{6} \sqrt{15}$

c. Agar penyebut $\sqrt[3]{3}$ dapat dirasionalkan, maka $\sqrt[3]{3}$ dikalikan dengan $\sqrt[3]{3^2}$ sehingga didapat penyelesaian sebagai berikut:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{3}} = \frac{2}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{2\sqrt[3]{9}}{3} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{9}$$

d. $\frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{3} \sqrt{3} = \sqrt{3}$

CONTOH SOAL MERASIONALKAN BENTUK AKAR

2. Pecahan Bentuk $\frac{a}{b - \sqrt{c}}$ dan $\frac{a}{b + \sqrt{c}}$

Untuk menyederhanakan pecahan bentuk ini adalah dengan mengalikan pecahan dengan bentuk sekawan dari penyebut. Bentuk sekawan dari $b + \sqrt{c}$ adalah $b - \sqrt{c}$. Sebaliknya, bentuk sekawan dari $b - \sqrt{c}$ adalah $b + \sqrt{c}$, sehingga :

$$\frac{a}{b + \sqrt{c}} = \frac{a}{b + \sqrt{c}} \times \frac{b - \sqrt{c}}{b - \sqrt{c}} = \frac{a(b - \sqrt{c})}{b^2 - c}$$

dan

$$\frac{a}{b - \sqrt{c}} = \frac{a}{b - \sqrt{c}} \times \frac{b + \sqrt{c}}{b + \sqrt{c}} = \frac{a(b + \sqrt{c})}{b^2 - c}$$

Sederhanakan penyebut dari bentuk pecahan berikut.

a. $\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$ b. $\frac{2}{\sqrt{7} + 1}$ c. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 3}$

Jawab:

a.
$$\begin{aligned} \frac{4}{3 - \sqrt{5}} &= \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \\ &= \frac{4(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} \\ &= \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} \\ &= 3 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{7} + 1} &= \frac{2}{\sqrt{7} + 1} \times \frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} - 1} \\ &= \frac{2(\sqrt{7} - 1)}{7 - 1} \\ &= \frac{2(\sqrt{7} - 1)}{6} \\ &= \frac{\sqrt{7} - 1}{3} \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 3} &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 3} \times \frac{2\sqrt{2} - 3}{2\sqrt{2} - 3} \\ &= \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{8 - 9} \\ &= \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{-1} \\ &= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

CONTOH SOAL MERASIONALKAN BENTUK AKAR

3. Pecahan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$ atau $\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}}$

Dan untuk menyederhanakan penyebut dari bentuk pecahan seperti ini, yaitu dengan cara mengalikan pecahan dengan bentuk sekawan dari penyebutnya. Bentuk sekawan dari $\sqrt{b} + \sqrt{c}$ adalah $\sqrt{b} - \sqrt{c}$. Sebaliknya, bentuk sekawan dari $\sqrt{b} - \sqrt{c}$ adalah $\sqrt{b} + \sqrt{c}$ sehingga :

$$\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

Dan

$$\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{b - c}$$

Sederhanakanlah penyebut dari bentuk pecahan berikut.

a. $\frac{7}{2\sqrt{5} + \sqrt{6}}$ b. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$ c. $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{14} - \sqrt{5}}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{7}{2\sqrt{5} + \sqrt{6}} &= \frac{7}{2\sqrt{5} + \sqrt{6}} \times \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{6}}{2\sqrt{5} - \sqrt{6}} \\ &= \frac{7(2\sqrt{5} - \sqrt{6})}{20 - 6} \\ &= \frac{7(2\sqrt{5} - \sqrt{6})}{14} \\ &= \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{18} + 2 \cdot 3}{6 - 3} \\ &= \frac{6\sqrt{2} + 6}{3} \\ &= 2\sqrt{2} + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{14} - \sqrt{5}} &= \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{14} - \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{14} + \sqrt{5}}{\sqrt{14} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{14} + \sqrt{5} - \sqrt{28} - \sqrt{10}}{14 - 5} \\ &= \frac{\sqrt{14} + \sqrt{5} - 2\sqrt{7} - \sqrt{10}}{9} \end{aligned}$$

CONTOH SOAL MERASIONALKAN BENTUK AKAR

4. Menyederhanakan Bentuk Akar $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{a-b}}$

Bentuk akar di atas dapat dirubah menjadi $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})$ dengan syarat $a, b \in R$ dan $a > b$.

Bukti :

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a \pm 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b$$

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = (a+b) \pm 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}}$$

jadi,

$$\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

Sederhanakan bentuk akar berikut.

a. $\sqrt{12-2\sqrt{20}}$ c. $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$

b. $\sqrt{21+2\sqrt{80}}$ d. $\frac{5}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$

Jawab:

a. $\sqrt{12-2\sqrt{20}} = \sqrt{(10+2)-2\sqrt{10 \cdot 2}}$ (cari faktor dari 20 yang jika dijumlahkan bernilai 12)
 $= \sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2}$
 $= \sqrt{10}-\sqrt{2}$

b. $\sqrt{21+2\sqrt{80}} = \sqrt{(16+5)+2\sqrt{16 \cdot 5}}$ (cari faktor dari 80 yang jika faktornya dijumlahkan bernilai 21)
 $= \sqrt{(\sqrt{16}+\sqrt{5})^2}$
 $= (\sqrt{16}+\sqrt{5})$
 $= 4+\sqrt{5}$

c. $\sqrt{11+6\sqrt{2}} = \sqrt{11+2 \cdot 3\sqrt{2}}$ (cari faktor dari 18 yang jika faktornya dijumlahkan bernilai 11)
 $= \sqrt{11+2\sqrt{18}}$
 $= \sqrt{(9+2)+2\sqrt{9 \cdot 2}}$
 $= \sqrt{(\sqrt{9}+\sqrt{2})^2}$
 $= (\sqrt{9}+\sqrt{2})$
 $= 3+\sqrt{2}$

d. $\frac{5}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}} = \frac{5}{\sqrt{3-2}}$ (penyebutnya diubah menjadi $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3-2}$)
 $= \frac{5}{\sqrt{3-2}} \times \frac{\sqrt{3+2}}{\sqrt{3+2}}$
 $= \frac{5(\sqrt{3+2})}{3-2}$
 $= 5(\sqrt{3+2})$

CONTOH SOAL MERASIONALKAN BENTUK AKAR